

РЕФЕРАТ ПО КНЕА

От Стефан Руменов Бобев, ф.№ 101207015, гр.42
ТУ-София, 2010г.

1.3. Статистически разпределения, използвани при анализ на надеждността

Следните разпределения се считат за най-ценените инструменти за анализ на надеждността:

- **Експоненциални**

- **Биномни/Двучленни (Дискретни)** Това разпределение е много полезно за гаранция на качеството и моделиране на надеждността. Прилага се в ситуации, където двата случая се допъхват, такива като добро и лошо, успех и неуспех, работещ и неработещ и пр. Ограничено до точно определен размер и големина на образеца.

Това разпределение е много удачно при изучаване на надеждността за пресмятане вероятността за успешно действие, когато системата използва частичен излишък. То има много приложения при анализ на Надеждността за изчисляване на резервните части и логистичната поддръжка, базирани на вероятността за дефекти. Може директно да се прилага за изчисляване вероятностите за отказ в определен момент от време, понеже общият брой случващи се и неслучващи се дефекти обикновено не е известен. Ако точно определеният елемент подложен на откази или успешно действие не е лесно достъпен за даден период от време, приложението на Биномното разпределение става трудно.

- **Поасоново (Дискретено)** Това е особен случай на Биномното разпределение, когато p е много малко и n много голямо, ограничителната форма на това разпределение се нарича разпределение на Поасон. Това разпределение е разширение на биномното разпределение, при което броят на образците е неограничен. Всичкото, което е нужно да се знае за това разпределение е стойността на r (очаквания брой дефекти/откази) и можете да намерите всичките вероятности на разните проявления без да знаете броя на изпитанията или големината на образците. Вероятността да няма дефект във времето (t) се дава с първия член - $\exp(-\lambda t)$ (от по горните изведени изрази), което е Надеждността по дефиниция. Вторият член $\lambda t \cdot e^{-\lambda t}$ представлява вероятността точно само за един дефект и т.н. Това означава, че знаейки скоростта на проява на дефекти, λ надеждността или ненадеждността на даден елемент може да се определи за всеки един период от времето на мисията. Това представлява едно от най-забележителните качества на разпределението на Поасон, което преодолява трудностите при изчисляване вероятностите на дефекти във времева област, както се вижда в случая с един двучлен. Дефектите следващи разпределението на Поасон се появяват с постоянен темп и броят на дефектите появяващи се, в който и да е времеви интервал зависи от броя дефекти появяващи се във всеки времеви интервал. Често се използва за описване на ситуации, при които вероятността на дефект е малка и броят на възможните случаи за дефект е огромен. Може също така да се използва в определени случаи при дублиращи се конфигурации на сложни системи за изчисляване на частични ненадеждни случаи. Най-широко се използва за изчисляване броя на резервните части за работа и логистична поддръжка на електронните изделия и др. Поасон е много полезен инструмент за моделиране търсенето на решения за повишаване на надеждността.

- **Normal**

- **Log-normal**

- **Weibull**

- **Chi-square** Това разпределение доста често се използва при хипотетично тестване за надеждността чрез анализ на данни. Използва се също така за определяне на доверителните интервали за МТТФ или МТВФ.

Разпределението Chi-Square представлява добро средство за преброяване на откази в даден интервал.

- **Beta** Beta функциите се използват при анализ на надеждността за разработване на класификация по ранг на разпределения, когато се използват в контекста на изпитание за продължителността на мисията.

- **Gamma** Това разпределение се прилага за анализа на надеждност, където даден брой частични дефекти трябва да се появят преди един елемент да откаже напълно. Използва се също за описване на една функция на риск от нарастване или спадане. Гама разпределението може също така да се прилага за моделиране на времето до N-ти (енти) дефект (отказ) на дадена система, ако намиращото се в основата, съществено разпределие на дефекти е експоненциално.

- **Erlang** Това разпределение обикновено се използва в процеса на възстановяване за определяне на необходимият обем доставки на резервни части за да се осигури постоянна ремонтоспособност на даденият отдел или сервиз и за създаване на график за работната натовареност на техниците по поддръжката.

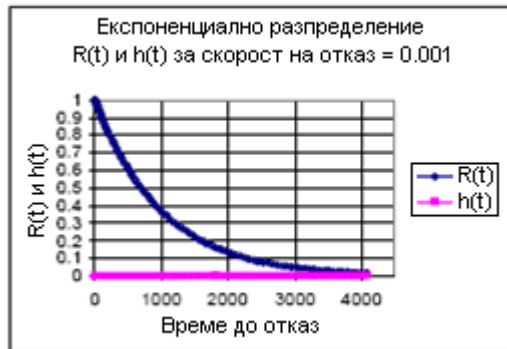
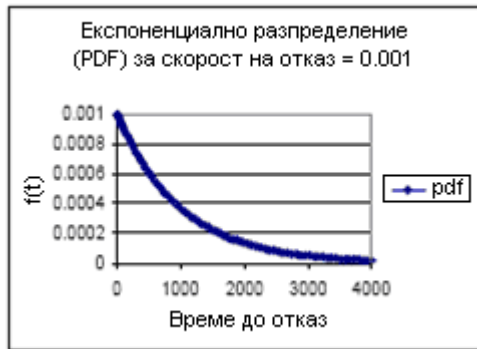
- **Extreme Value** Това разпределение се използва при анализ на Надеждност на механични устройства, например, дефекти причинени от корозия. Използва се за нагаждане на ограничително разпределение за максимален брой образци събрани от един процес. Това разпределение важи, когато са налице по-скоро екстремни стойности отколкото средни стойности. Данните са събрани чрез образци от неизвестни или случайни партиди.

- **The Classical Bathtub Distribution/Разпределение класическа Вана.** Най-полезната функция е Рисквата функция за класическата вана, което може да бъде изразено като: $h(t) = \beta \eta (\eta t)^{\beta-1} \exp(-\eta t)$ за $t \geq 0$, β (Параметър на форма (Shape parameter)) > 0 , и η (Мащабен параметър (Scale parameter)) > 0 . Разпределението на класическа Вана се използва за представяне на разпределение на тримодален отказ на елементи (тримодално аварийно разпределение на елемент), което следва спадащи, повишаващи или постоянни рискови темпове.

1.3.1. Експоненциално разпределение

Това представлява най-важното разпределение в теорията на Надеждността. Когато един елемент е изложен на откази, които рядко се случват, вероятността елементът да не откаже в границите на даден интервал от време представлява проста експоненциална функция във този времеви интервал. Това твърдение е подчинено на следните условия:

- че елементът не е претърпявал откази до началото на времеви интервал
- възрастта на елемента е такава, че той не достига края на срока си на служене в границите на този интервал. Експоненциалната функция на плътност на отказите се изразява като $f(t) = \lambda \cdot \exp(-\lambda t)$, $t \geq 0$, където λ е скоростта на отказите. Функцията на Надеждност за експоненциалното разпределение се дава чрез $R(t) = \exp(-\lambda t)$, $t \geq 0$ и Рисквата функция се извежда просто като $h(t) = \lambda$. Следната диаграма описва формите на $f(t)$, $R(t)$ и $h(t)$ за един елемент с темп на аварирание от 0.001 единици време.



Някои от основните свойства на експоненциалното разпределение

1. Единичният параметър, λ напълно определя надеждността на даден елемент
2. Това разпределение зависи от възрастта на елемента
3. Една партида на елементи следващи едно експоненциално разпределение на отказите понася своите най-големи такива, почти 63%, през периода по-малък от този на ремонтируемите изделия (MTBF), при условие, че авариралите елементи не се подменят.
4. Общата площ под експоненциалната крива на плътност е единица
5. Експоненциалното разпределение е кумалативно. Това предполага, че сумата на даден брой експоненциално разпределени променливи е също така експоненциално разпределена.
6. Средният живот на един ремонтируем елемент следващ експоненциално разпределение се дава чрез израза **Mean Life(Среден живот) = $1/\lambda = \text{MTBF}$**

Някои типични приложения на експоненциално разпределение в практиката за определяне на Надеждността.

Експоненциалното разпределение е много полезен модел за анализ на разпределение на елементи, които показват постоянен темп на авариране по време на срока на тяхното действие.

- Общата скорост на авариране на един брой статистически нормално разпределени елементи, свързани серийно представлява просто сумата от постоянните темпове на авариране на отделните елементи.

Този принцип се прилага за изчисляване на MTBF на един продукт (без излишество) като просто се прибавят скоростите на авариране на индивидуалните компоненти и превръщане на общата скорост на авариране. Следователно, методът се нарича Предсказване на Надеждност чрез преброяване на частите.

- Това разпределение се използва почти единствено и само за предсказване на надеждността на електронни изделия, за които провалите в областта на детската смъртност са били известни и аварирането след износване се предотвратява чрез своевременно заместване на повредените компоненти.
- Моделът на експоненциално разпределение е идеален за изпитване на изделие, което се държи експоненциално, това се дължи на факта, че единичния параметър λ може да определя надеждността еднозначно. Всичко, което се изисква, е да се определи стойността на λ чрез провеждането на изпитание или изпитване при експлоатационни условия. Другите разпределения изискват да се определя повече от един параметър.
- Изразът **MTBF = $1 / \lambda$** е верен само за експоненциалното разпределение и обикновено важи за полезния период от мисята на един елемент, където доминират случайните откази, както е показано на графиката във вид на Вана (фигурата долу).



1.3.2. Нормалното разпределение

Нормалното или Гаусово разпределение е най-добре познатото дву-параметърно разпределение. То е било първо открито от De Moivre през 1733, но по някакъв си начин е приписано на Гаус и отгук – Гаусово разпределение. Това разпределение много често е добро и пасва в много ситуации, особено, когато един параметър, който е произволна променлива представлява сбора на много други произволни променливи, тогава параметърът ще покаже едно нормално разпределение в повечето от случаите. Например, вариациите в стойностите на електронните елементи дължащо се на производствени толеранси се считат, че са нормално разпределени около една средна стойност на параметъра (напрежение или ток и пр.), които се измерват. Базовата основа за това е Теоремата на Ограниченията, която постановява, че сумата от голям брой независими разпределения на произволни променливи, всяка с ограничено средно и стандартно отклонение е нормално разпределена. Съществуват няколко приложения на това разпределение в анализа на Качество, Надеждност и Пригодност за поддръжка. Нормалната функция на плътност на вероятностите за възникване на отказ, нейната зависимост се дава чрез:

$$f(T) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left(\frac{-(T - \mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$

Където, T = е възрастта на елемента, а μ = средния период на мисията при износване, а σ са осредненото време на служене от средното μ . Важно е да се помни, че това разпределение зависи от възрастта на елемента. Когато възрастта на елемента се равнява на средния живот на износване т.е., когато $T = \mu$, тогава горният израз се опростява до:

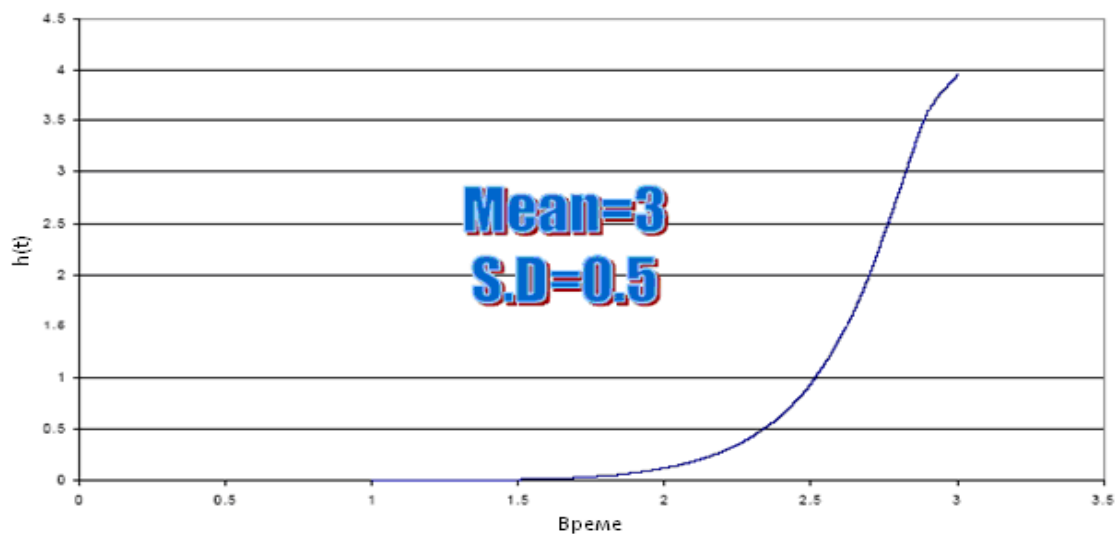
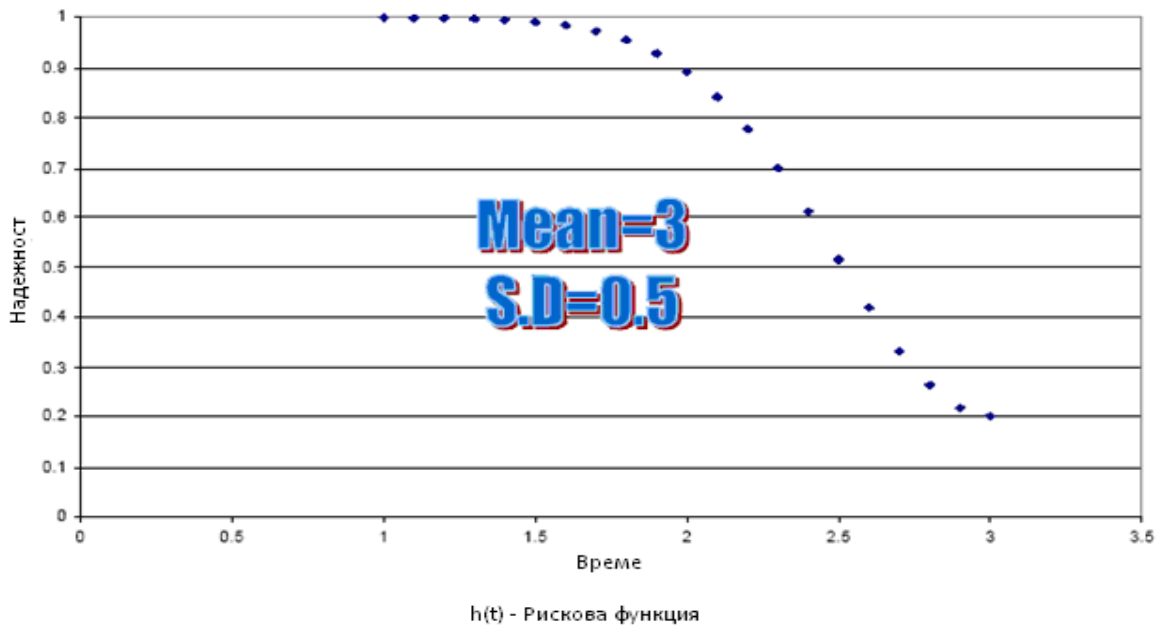
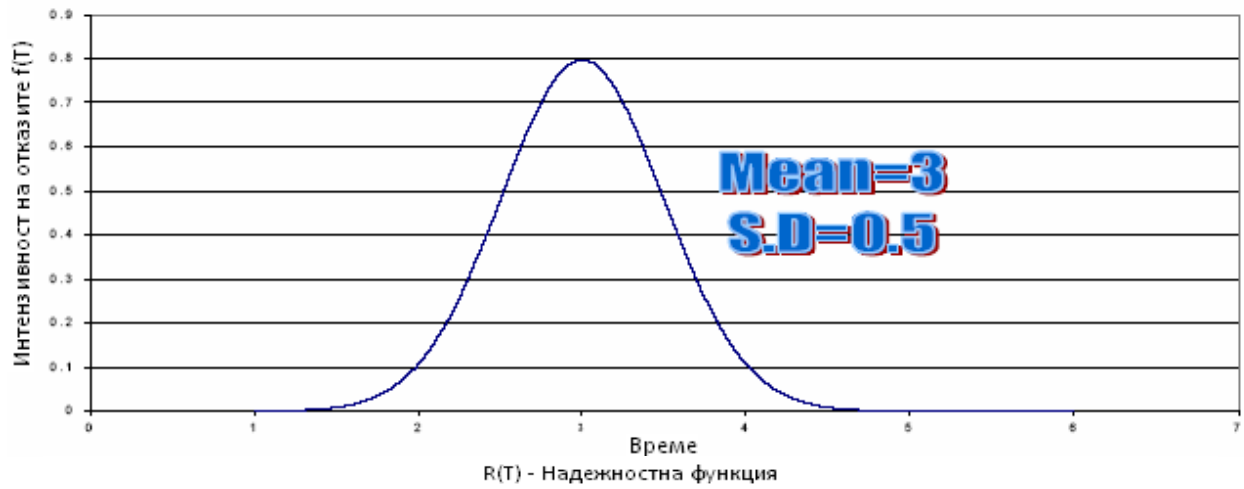
$$f(\mu) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} = \frac{0,399}{\sigma}$$

Това дава **вероятността за повреда на елемента по време на мисията му**. Функцията на надеждност $R(T)$ се дава чрез:

$$R(T) = \int_T^{\infty} \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left(\frac{-(T - \mu)^2}{2\sigma^2}\right) dT$$

Рисковата функция $h(T) = f(T)/R(T)$, която е монотонно нарастваща функция на T . Нормалното разпределение на отказите, функциите на надеждност и риска за медиана 3 (за една средна стойност 3) и стандартното отклонение 0.5 са показани на следващите фигури.

Нормално разпределение на отказите



Някои основни свойства на Нормалното разпределение

- Това е непрекъснато разпределение
- Средното число, медианата и начина на идеално нормално разпределение са равни
- Едно идеално нормално разпределение има нулев коефициент Skewness (изкривеност, несиметричност, наклоненост) и коефициентът на Kurtosis е 3.
- Една разпространеност на елементи отговарящи на идеално нормално разпределение симетрично се разсейва около средната стойност.
- Понеже двете страни на едно нормално разпределение са симетрични спрямо средата , дадената зависимост има равни стойности в крайните си точки.
- Едно нормално разпределение може да се оцени от стандартизираното нормално разпределение чрез използване на преобразуването, $z = (x - \mu) / \sigma$
- Нормалното разпределение представлява частен случай на Биномното и Пуасоново разпределения; следователно може да се използва за осигуряване на добро приблизително решение за тези разпределения, когато броят на елементите в дадена партида е голям
- Нормалното разпределение зависи от възрастта на елемента

Конкретни приложения на нормалното разпределение

- Едно от главните приложения на това разпределение е в анализа на надеждност на елементи, които проявяват повреди при износване, например, механични и електромеханични устройства
- Другото главно приложение се занимава с анализа на произведени изделия и тяхната способност да отговорят на определени изисквания
- Доста често се използва при процедури за контрол на качеството и анализиране якостта на материали и компоненти
- Нормалното разпределение представя доста добре явлението износване. Може да се види, че почти около половината от отказите се случват преди започване периода на експлоатация, а другата половина се случват по-късно. В случая на нормално разпределение отказите се струпват около средният период на мисията. Това говори, че работа без откази може често да се постига при възраст на един елемент сравнително близка до средния живот на елемента, според това колко широко е разстлана графиката.
- Надеждността на един елемент се дава чрез $R (MTBF) = 0.5$ за Нормално разпределение, което е симетрично около средната му стойност.
- Това разпределение е от изключително съществено значение за инженера по поддръжката да извършва изследвания по износването за създаването на стратегия за превантивна поддръжка на съоръжения/оборудване/апаратура с дълъг срок на служене. Прилага се също така за гарантиране, че случаите на износване не могат да засегнат устройство уязвимо по един единствен критерий, по време на извършване на своята критична задача.