

## Мрежово планиране. Модели CPM/PERT от клас „време”

### ЗАДАЧА

Една търговска фирма решава да внедри нов продукт в своята търговска номенклатура. Тя ще купува продукта от производствен концерн, ще го пакетира и ще го продава на дистрибутори.

Съставен е следният списък на работите, необходими за осъществяване на проекта:

| Означение на работата | Описание на работата  | Прецишна работа | Оценка на продължителността |    |    | Средна прод. е | Средно квадр. σ | Дисп. D |
|-----------------------|---|-----------------|-----------------------------|----|----|----------------|-----------------|---------|
|                       |   |                 | a                           | m  | b  |                |                 |         |
| 1                     | 2   | 3               | 4                           | 5  | 6  | 7              | 8               | 9       |
| А                     | Организиране на офис и наемане на мениджър по продажбите.                 | -               | 3                           | 6  | 9  | 6              | 1               | 1       |
| Б                     | Мениджъра по продажбите ще проучи потребностите и ще наеме продавачи.     | А               | 1                           | 4  | 7  | 4              | 1               | 1       |
| В                     | Обучение на продавачите.  | Б               | 6                           | 7  | 8  | 7              | 1/3             | 1/9     |
| Г                     | Избор на рекламна агенция, която най-добре да популяризира новия продукт. | А               | 1                           | 2  | 3  | 2              | 1/3             | 1/9     |
| Д                     | Планиране на рекламната кампания - мениджър по продажбите + рекл. агент.  | Г               | 2                           | 4  | 6  | 4              | 2/3             | 4/9     |
| Е                     | Провеждане (управление) на рекл. кампания.                                | Д               | 7                           | 10 | 13 | 10             | 1               | 1       |
| Ж                     | Разработване на опаковка след резултатите от маркетинговото проучване.    | -               | 1                           | 2  | 3  | 2              | 1/3             | 1/9     |
| З                     | Доставка и разположение на пакутиращите съоръжения.                       | Ж               | 6                           | 9  | 18 | 10             | 2               | 4       |
| И                     | Поръчване на запаси от производителя.                                     | -               | 5                           | 14 | 17 | 13             | 2               | 4       |
| К                     | Пакутиране на първоначалните запаси.                                      | З,И             | 5                           | 6  | 9  | 6              | 2/3             | 4/9     |
| Л                     | Избор на дистрибутори.  | А               | 6                           | 9  | 12 | 9              | 1               | 1       |
| М                     | Продажба.   | В,К,Л           | 4                           | 7  | 10 | 7              | 1               | 1       |
| Н                     | Превоз на готовата продукция до дистрибуторите по заявки и квоти.         | Е,М             | 3                           | 6  | 9  | 6              | 1               | 1       |

**РЕШЕНИЕ**

Определяне на критичния път.

Възможни пътища:

1.  $0 \Rightarrow 9$  [И - 13]  $\Rightarrow 10$  [К - 6]  $\Rightarrow 11$  [0]  $\Rightarrow 12$  [М - 7]  $\Rightarrow 13$  [Н - 6]  $\Rightarrow 32$
2.  $0 \Rightarrow 7$  [Ж - 2]  $\Rightarrow 8$  [З - 10]  $\Rightarrow 9$  [0]  $\Rightarrow 10$  [К - 6]  $\Rightarrow 11$  [0]  $\Rightarrow 12$  [М - 7]  $\Rightarrow 13$  [Н - 6]  $\Rightarrow 30$
3.  $0 \Rightarrow 1$  [А - 6]  $\Rightarrow 2$  [Б - 4]  $\Rightarrow 11$  [В - 7]  $\Rightarrow 12$  [М - 7]  $\Rightarrow 13$  [Н - 6]  $\Rightarrow 30$
4.  $0 \Rightarrow 1$  [А - 6]  $\Rightarrow 3$  [Л - 9]  $\Rightarrow 11$  [0]  $\Rightarrow 12$  [М - 7]  $\Rightarrow 13$  [Н - 6]  $\Rightarrow 28$
5.  $0 \Rightarrow 1$  [А - 6]  $\Rightarrow 4$  [Г - 2]  $\Rightarrow 5$  [Д - 4]  $\Rightarrow 6$  [Е - 10]  $\Rightarrow 12$  [0]  $\Rightarrow 13$  [Н - 6]  $\Rightarrow 28$

Очакваната продължителност на проекта: 32

Дисперсия на продължителността на проекта:  $\sum D = \sum D_{0,9} + \sum D_{9,10} + \sum D_{10,11} + \sum D_{11,12} + \sum D_{12,13} = 4 + 4/9 + 0 + 1 + 1 = 6.44$

Средноквадратично отклонение на продължителността на проекта:  $\sigma = 2.54$

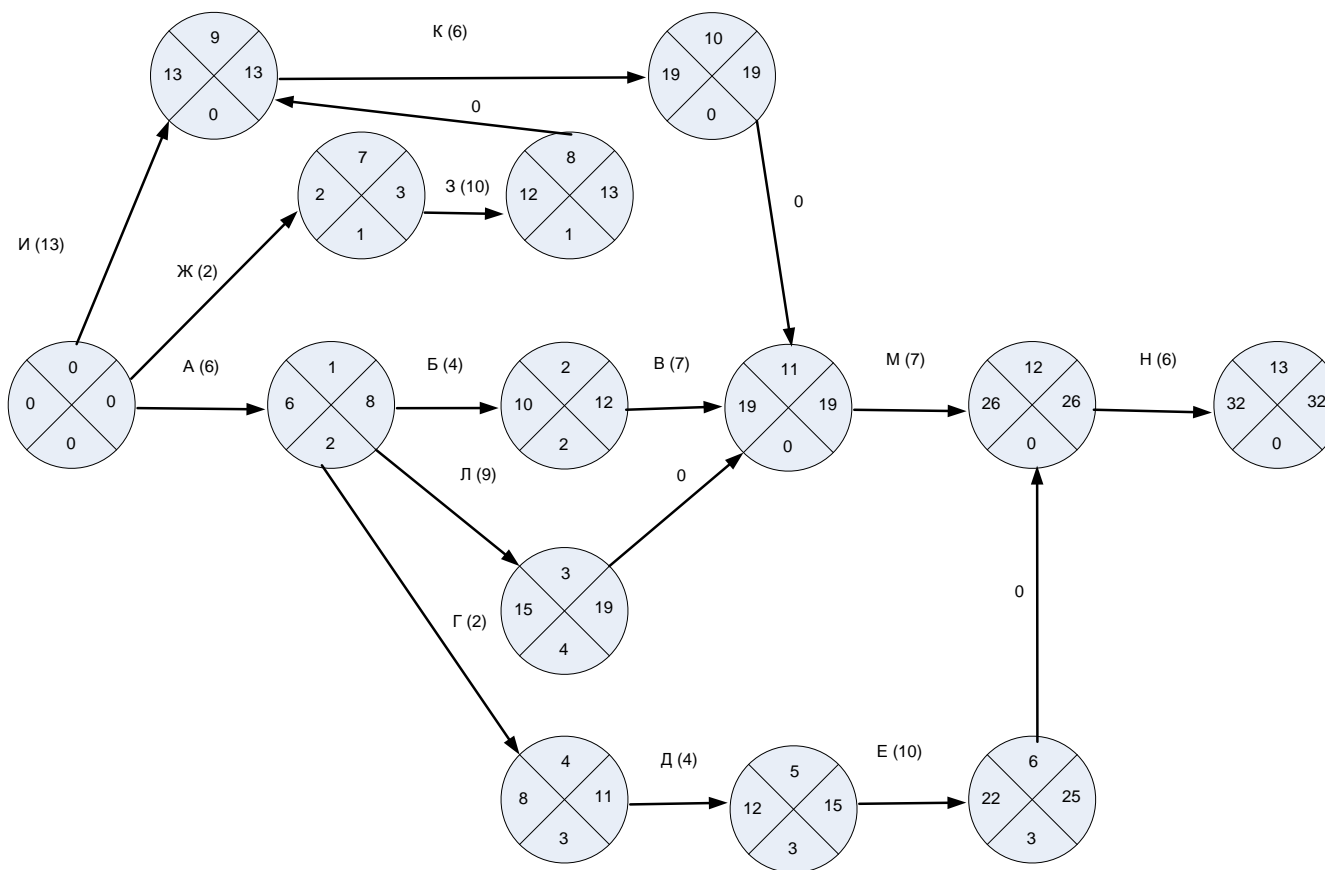
Коефициент на вероятност на спазване на срока ( $K_p$ ) за завършване на проекта:

- при продължителност 33  $\Rightarrow K_p = 0.394$
- при продължителност 31  $\Rightarrow K_p = -0.394$

Коефициента е в интервала:  $0.35 < K_p < 0.65$

$K_p = 0.394$  от таблица за величините на нормалните стандартни функции на разпространение се отчита вероятността за настъпване на събитието в регламентирания срок. За  $K_p = 0.394$  вероятността е 68 %.

В нашия случай продължителността на проекта има нормално разпределение с математическо очакване 32 и средноквадратично отклонение 2.54. При това разпределение в 68% от случаите значението на случайната величина (32) ще се отличава от математическото очакване на не повече от едно средноквадратично отклонение (2.54) т.е. с вероятност 0.68 продължителността на проекта ще бъде от 29.46 до 34.54. Аналогично с вероятност 0.997 продължителността на проекта ще се отличава от средното значение не повече от три средноквадратични отклонения (от 24.44 до 39.62).



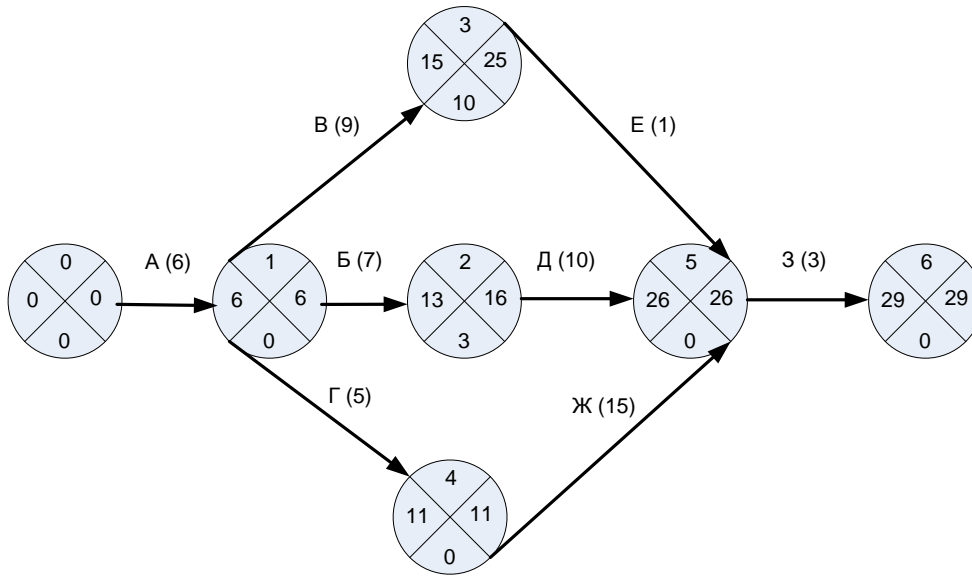
## Мрежово планиране. Модели CPM/PERT от клас „време”

### ЗАДАЧА

Конструирайте мрежовия график (АОА, АОН) и определете най-ранния и най-късния възможен срок за настъпване на събитията  $E_i$  и  $L_i$ , резерва от време  $R_i$  и критичният път, имайки предвид следните данни:

| № по ред / работа | Предшестващо събитие $i$ | Последващо събитие $j$ | $t_e$ |
|-------------------|--------------------------|------------------------|-------|
| 1/А               | 0                        | 1                      | 6     |
| 2/Б               | 1                        | 2                      | 7     |
| 3/В               | 1                        | 3                      | 9     |
| 4/Г               | 1                        | 4                      | 5     |
| 5/Д               | 2                        | 5                      | 10    |
| 6/Е               | 3                        | 5                      | 1     |
| 7/Ж               | 4                        | 5                      | 15    |
| 8/З               | 5                        | 6                      | 3     |

**РЕШЕНИЕ**



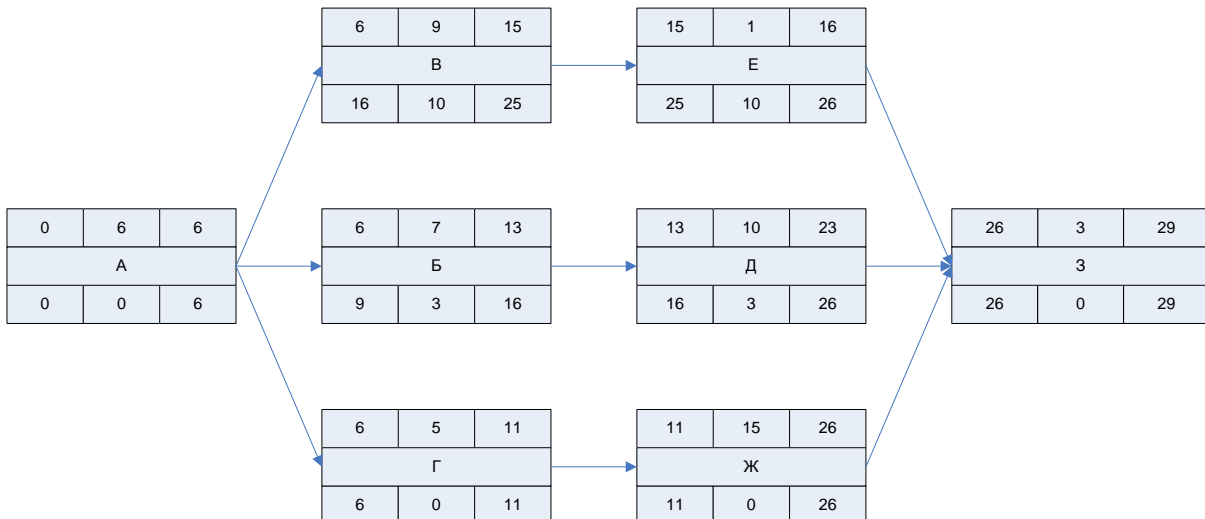
**АОА**

0 [A - 6] ⇒ 1 [Г - 5] ⇒ 4 [Ж - 15] ⇒ 5 [З - 3] ⇒ 6 Σ29

0 [A - 6] ⇒ 1 [Б - 7] ⇒ 2 [Д - 10] ⇒ 5 [З - 3] ⇒ 6 Σ26

0 [A - 6] ⇒ 1 [B - 9] ⇒ 3 [E - 1] ⇒ 5 [З - 3] ⇒ 6 Σ19

**АОН**



## Разпределение и оптимизация на „възстановяеми” ресурси

### ЗАДАЧА

1. Определете времето  $t_e$  (очакваната продължителност) за всяка работа, конструирайте мрежовия график при показаните по-долу изходни данни и изчислете  $E_i$ ,  $L_i$ ,  $R_i$  (най-ранния и най-късния възможен срок за настъпване на  $i$ -то събитие и резерва от време).

| N по ред / работа | Предш. събитие $i$ | Последв. събитие $j$ | a  | b  | m  | $t_e$ | D    | $\tilde{O}$ | Работници |
|-------------------|--------------------|----------------------|----|----|----|-------|------|-------------|-----------|
| 1/А               | 0                  | 1                    | 10 | 20 | 12 | 13    | 2.78 | 1.67        | 2         |
| 2/Б               | 1                  | 3                    | 9  | 19 | 8  | 10    | 2.78 | 1.67        | 3         |
| 3/В               | 1                  | 2                    | 2  | 8  | 5  | 5     | 1    | 1           | 1         |
| 4/Г               | 3                  | 5                    | 17 | 19 | 18 | 18    | 0.11 | 0.33        | 7         |
| 5/Д               | 2                  | 3                    | 17 | 27 | 25 | 24    | 2.78 | 1.67        | 4         |
| 6/Е               | 2                  | 4                    | 10 | 12 | 11 | 11    | 0.11 | 0.33        | 5         |
| 7/Ж               | 4                  | 5                    | 18 | 24 | 21 | 21    | 1    | 1           | 6         |
| 8/З               | 5                  | 7                    | 32 | 36 | 34 | 34    | 0.44 | 0.67        | 5         |
| 9/И               | 4                  | 6                    | 14 | 50 | 26 | 28    | 6    | 2.45        | 1         |
| 10/К              | 6                  | 7                    | 5  | 7  | 6  | 6     | 0.11 | 0.33        | 2         |
| 11/Л              | 7                  | 8                    | 3  | 7  | 5  | 5     | 0.44 | 0.67        | 1         |

2. Да се определи очакваната продължителност на проекта и възможността за спазване на предварително предписан срок от 90 дни.

3. Във всеки момент от време, работите по проекта изискват различни количества ресурси (работници).

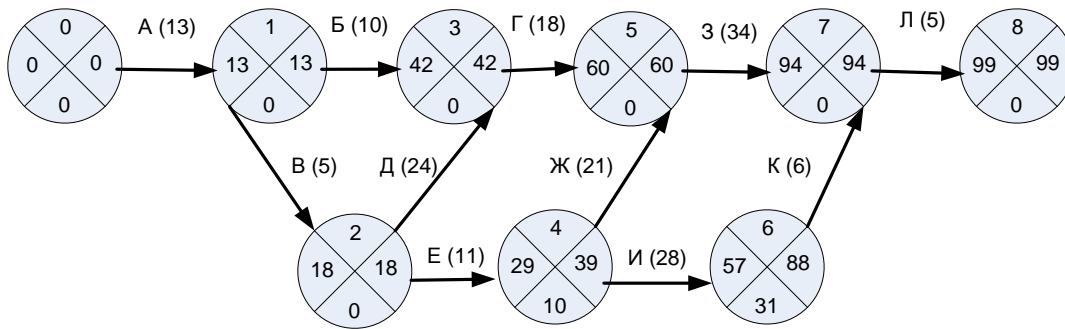
Да се определи точната стойност на необходимият ресурс за всеки отрязък от време в графика (като се предполага, че всяка работа започва в момент на ранно начало).

---

*За целта се препоръчва мрежовия модел да се представи под формата на лентов график и да се построи диаграмата „време-ресурс”, от която да се проследят и анализират закономерностите в изменението на последните*

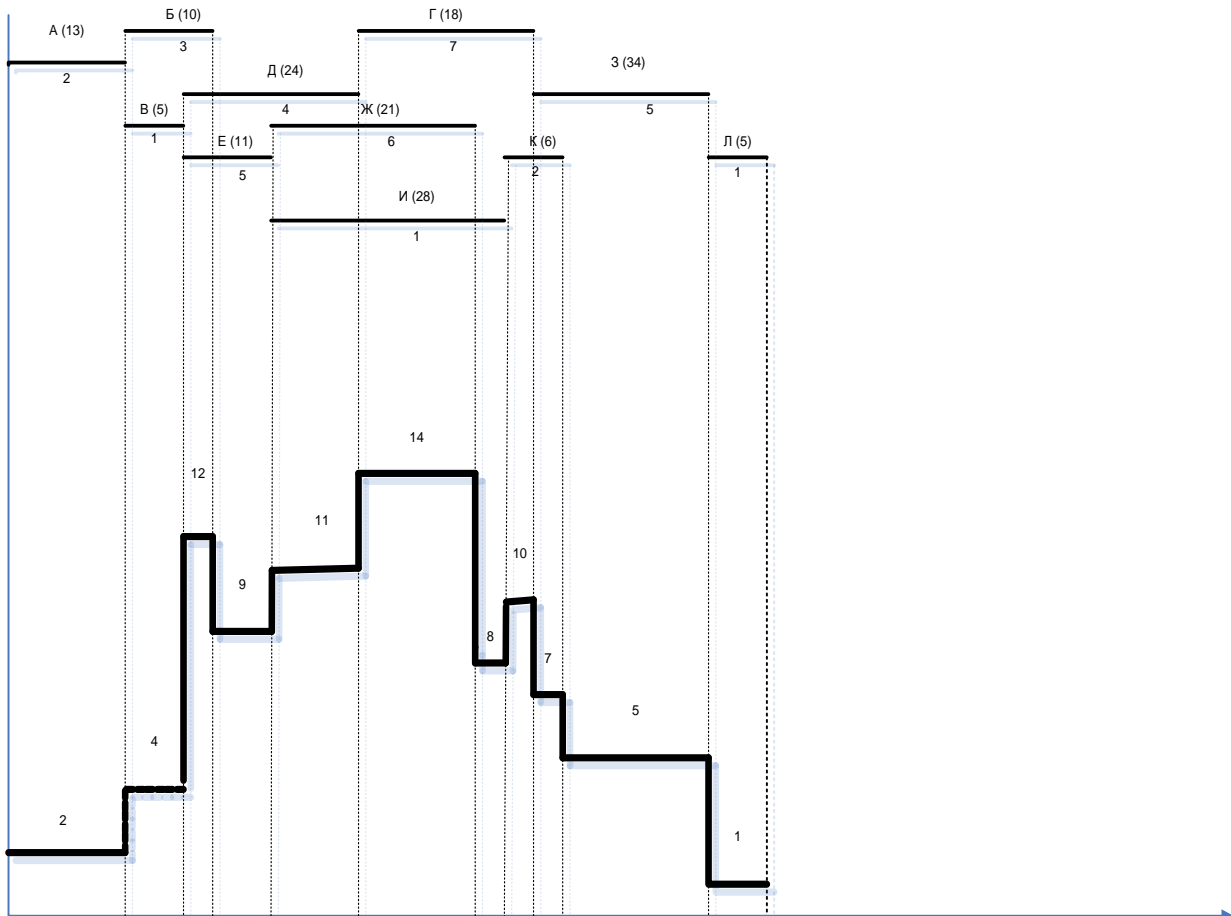
---

**РЕШЕНИЕ**



$D_{\text{проекта}} = 2.78 + 1 + 0.11 + 0.44 + 0.44 = 7.55 \sim 8 \text{ дни}$

$\sigma_{\text{проекта}} = 2.75 \text{ дни}$



## Разпределение и оптимизация на „невъзстановяеми” ресурси

### Задача:

В следващата таблица е представен определеният порядък за изпълнение на работите, времето, необходимо за изпълнение на всяка работа в нормален и ускорен режим, а така също и стойността на нормалното и предсрочно изпълнение на строителният обект.

| Работа | Предшестваща работа | Необходимо време /седмици/  |                             | Стойност /хил. лв./ |                    |
|--------|---------------------|-----------------------------|-----------------------------|---------------------|--------------------|
|        |                     | Нормален срок за изпълнение | Време за предср. изпълнение | Ст-ст норм. изп.    | Ст-ст предср. изп. |
| A      | -                   | 4                           | 2                           | 10                  | 11                 |
| B      | A                   | 3                           | 2                           | 6                   | 9                  |
| C      | A                   | 2                           | 1                           | 4                   | 6                  |
| D      | B                   | 5                           | 3                           | 14                  | 18                 |
| E      | B,C                 | 1                           | 1                           | 9                   | 9                  |
| F      | C                   | 3                           |                             | 7                   | 8                  |
| G      | E,F                 | 4                           | 2                           | 13                  | 25                 |
| H      | D,E                 | 4                           | 1                           | 11                  | 18                 |
| I      | H,G                 | 6                           | 5                           | 20                  | 29                 |

Намерете критичният път и оценете продължителността на дадения проект.

Продължителността на кои работи могат да се намалят за да се съкрати срока на проекта с три седмици? Каква е окончателната стойност на проекта?



**Решение:**

При построяване на мрежовия график на дадения проект става ясно, че критичният път минава през работи: А, В, D, H, I. Нормалното време за изпълнение на проекта е 22 седмици.

Разглеждаме възможностите за намаляване на продължителността на проекта с три седмици. За целта е необходимо да анализираме работите лежащи на критичният път и да потърсим варианта за оптимизация на времето и стойността на проекта.

| Работа   | Ст-ст на нормалното изпълнение /хил.лв./ | Ст-ст на предсрочното изпълнение /хил.лв./ | Нормален срок за изпълнение /седмици/ | Време за предсрочно изпълнение /седмици/ | Нарастване на ст-ст /лв./седм./ | Времето, с което може да се съкрати работата /седмици/ |
|----------|--|--|---------------------------------------|--|---------------------------------|--|
| <b>A</b> | 10                                       | 11   | 4                                     | 2  | <b>500</b>                      | 2  |
| <b>B</b> | 6  | 9  | 3                                     | 2  | 3 000                           | 1  |
| <b>C</b> | 4  | 6  | 2                                     | 1  | 2 000                           | 1  |
| <b>D</b> | 14                                       | 18   | 5                                     | 3  | <b>2 000</b>                    | 2  |
| <b>E</b> | 9  | 9  | 1                                     | 1  | -                               | 0  |
| <b>F</b> | 7  | 8  | 3                                     | 2  | 1 000                           | 1  |
| <b>G</b> | 13                                       | 25   | 4                                     | 2  | 6 000                           | 2  |
| <b>H</b> | 11                                       | 18   | 4                                     | 1  | 2 333                           | 3  |
| <b>I</b> | 20                                       | 29   | 6                                     | 5  | 9 000                           | 1  |

-1-ва седмица. Критичният път – А, В, D, H, I. С най-малък стойностен коефициент се явява операция А – 500 лв. Критичният път не се променя.

-2-ра седмица. Стойността на операция А както и преди е най-ниска (500 лв.). Критичният път не се променя.

-3-та седмица. Доколкото възможността за съкращаване на операцията А вече се е изчерпало, налага се да се избира между В (3 000 лв.), D (2 000), H (2 333) и I (9 000). Очевидно е, че избора пада на операция D (2 000).

След оптимизацията, общата стойност на проекта (в хил. лв.), при съкращаване на проекта с три седмици ще бъде:

| Работа      | Стойност  |
|-------------|-----------|
| A           | 11        |
| B           | 6         |
| C           | 4         |
| D           | 16        |
| E           | 9         |
| F           | 7         |
| G           | 13        |
| H           | 11        |
| I           | 20        |
| <b>ОБЩО</b> | <b>97</b> |

## Финансова оценка на проекти

### Задача:

Проект А изисква инвестиции в размер на 1 000 000 лв. през базовият период и ще генерира нетни парични потоци през следващите пет години в размер на:

- 1-та - 200 000 лв.;
- 2-та - 300 000 лв.;
- 3-та – 450 000 лв.;
- 4-та – 530 000 лв.;
- 5-та - 400 000 лв.

или приблизително 376 000 лв. / годишно

Да се определи ефективен ли е проекта при норма на дисконтиране 10 %?

### Решение:

Изчисляване на нетните парични потоци по проект А

| i | DFi   | IC        | CFi     | CFi . DFi |
|---|-------|-----------|---------|-----------|
| 0 | 1     | 1 000 000 |         |           |
| 1 | 0.909 |           | 200 000 | 181 820   |
| 2 | 0.826 |           | 300 000 | 247 920   |
| 3 | 0.751 |           | 450 000 | 338 080   |
| 4 | 0.683 |           | 530 000 | 361 990   |
| 5 | 0.620 |           | 400 000 | 248 360   |

- $NPV(A) = \sum CF_i \cdot DF_i - IC = 1\,378\,170 - 1\,000\,000 = 378\,170 > 0$
- При  $r_1 = 20\%$   $NPV_1 = 51\,780$  лв.; при  $r_2 = 24\%$   $NPV_2 = -46\,930$  лв.  
Следователно,  $IRR = 22.1\% > 10\%$
- $BCR(A) = \sum CF_i \cdot DF_i / IC = 1\,378\,170 / 1\,000\,000 = 1.378 > 1$
- $AF(A) = [1 - 1/(1+r)^n] / r = 3.7908$   
 $AP(A) = IC / AF = 1\,000\,000 / 3.7908 = 263\,810.47$   
 $AM(A) = CF_i - AP = 376\,000 - 263\,810 = 112\,190 > 0$

**Задача:**

Проект А изисква инвестиции в размер на 1 000 000 лв. през базовият период и ще генерира нетни парични потоци през следващите пет години в размер на:  
1-та - 200 000 лв.; 2-та - 300 000 лв.; 3-та – 450 000 лв; 4-та – 530 000 лв.;5-та - 400 000 лв.

Проект В изисква инвестиции в размер на 800 000 лв. през базовият период, 400 000 лв. през 1-та и 300 000 лв. през 2-та година. Очаква се реализираните от него нетни парични потоци да са:

1-та - 300 000 лв.;2-та - 400 000 лв.;3-та – 550 000 лв;4-та – 600 000 лв.;5-та - 650 000 лв.

Нормата на дисконтиране 10 % .

Да се определи кой от проектите А или В е по-ефективен?

**Решение:**

Изчисляване на нетните парични потоци на проект В:

| i | DF <sub>i</sub> | IC      | IC <sub>i</sub> . DF <sub>i</sub> | CF <sub>i</sub> | CF <sub>i</sub> . DF <sub>i</sub> |
|---|-----------------|---------|-----------------------------------|-----------------|-----------------------------------|
| 0 | 1               | 800 000 | 800 000                           |                 |                                   |
| 1 | 0.9091          | 400 000 | 363640                            | 300 000         | 272 730                           |
| 2 | 0.8264          | 300 000 | 247 920                           | 400 000         | 330 560                           |
| 3 | 0.7513          |         |                                   | 550 000         | 413 210                           |
| 4 | 0.6830          |         |                                   | 600 000         | 409 800                           |
| 5 | 0.6209          |         |                                   | 650 000         | 403 580                           |

$$NPV_{(B)} = \sum CF_i \cdot DF_i - IC = 1\,829\,880 - 1\,411\,560 = 418\,320 \text{ лв.} > 0$$

$$BCR_{(B)} = \sum CF_i \cdot DF_i / IC = 1\,829\,880 / 1\,411\,560 = 1.2964 > 1$$

Показателят NPV дава приоритет на проект В, а показателя BCR на проект А.

Тъй като двата проекта се различават по инвестиции, те са несъпоставими в абсолютните си измерители на финансова ефективност.