РЕФЕРАТ ПО КНЕА

От Цветан Руменов Върбанов, ф.№ 101207151, гр.42

ТУ-Софипя, 2010г.

1.3.3. Логаритмично-нормално разпределение

Логаритмично-нормалното разпределение е разпределението на случайна величина, чийто натурален логаритъм е нормално разпределен; с други думи, когато работим с логаритмично-нормално разпределение само променяме стойностите на случайната величина, например, времето ”t”, като log(t), както нормално разпределена. PDF-а на логаритмично-нормалното разпределение се описва с израза

$f(x) = (1/\sigma x\sqrt{\pi}).\ \exp\ (-\{\ln(x-\mu)^2/2\sigma^2\})$ за $x > 0$ и

$f(x) = 0$ за $x < 0$; където μ = Средно и σ = Стандартно Отклонение на $\ln(x)$.

Това разпределение има CDF-а изразен чрез следня интеграл

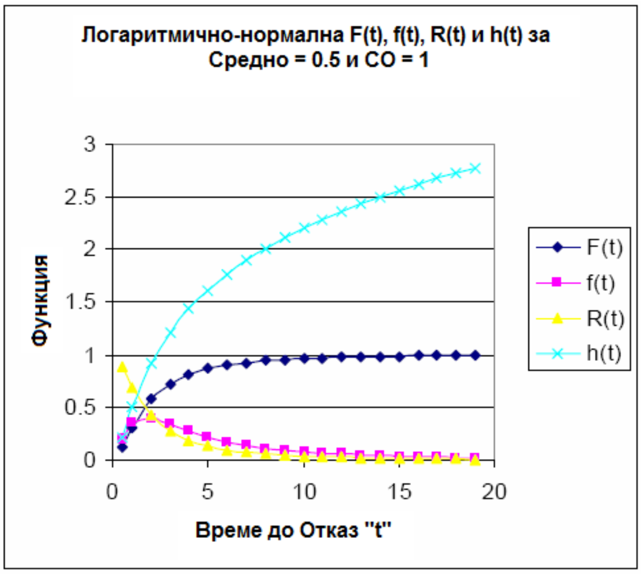
$F(x) = {}_0\int^x (1/\sigma x\sqrt{\pi}).\ \exp\ (-\{\ln(x-\mu)^2/2\sigma^2\})\ dx$ for $x > 0$

и функцията на надеждността се определя от интеграла

$R(t) = {}_t\int^\infty (1/\sigma x\sqrt{\pi}).\ \exp\ (-\{\ln(x-\mu)^2/2\sigma^2\})\ dx$

Рисковата функция следва да е: $h(t) = f(t)/R(t)$

Надеждностната, рисковата, CDF и PDF фунций за логаритмично-нормално разпределение на времето до отказ "t" със средно отклонение от 0,5 и стандартно отклонение от 1 са показани на фигурата по-долу:



Основните свойства на логаритмично-нормалното разпределение

• Това е едно непрекъснато разпределение

• Това разпределение е по-използваемо за различни цели от Нормалното, тъй като има редица форми. В случай на Нормално разпределение, долната граница трябва да бъде - ∞, но това няма смисъл на практика. Проблемът е, че площта под кривата на Нормалното разпределение става "единица", само ако е удължена до безкрайност и в двете посоки. Това не е възможно за събития зависещи от времето, където един нов елемент влиза в експлоатация в момента нула. Тази трудност е преодоляна благодарение на основното свойство на логаритмично-нормалното разпределение, тъй като има предимството да има стойност $f(x) = 0$ за $x = 0$.

• За пространствен параметър, медианата - $m> 0$ и средно аритметичната - $\mu > 0$, следната връзка е доста полезна $m = \exp(\mu)$ и $\mu = \log(m)$

• Графиката на функцията $\log[f(x)]$ срещу $\log(x)$ изобразяваща права линия е тест за подходящо използване на логаритмично-нормалното разпределение.

• Когато $\mu >> \sigma$, логаритмично-нормалното разпределение се доближава до Нормалното.

Специфични приложения на логаритмично-нормалното разпределение

• Това разпределение се прилага в случаите, когато нивото на рисковата функция се увеличи до определена максимална стойност и след това намалява с течение на времето.

• Най-често се използва, за да опише поведението на механични и електромеханични устройства да определи началото на износването и да изчисли нивото на отказа от износването.

• Това разпределение, както и Нормалното зависят от възрастта на обекта. Това е в основата на главното му приложение в анализа на поддръжката.

• Брой от обекти с логаритмично-нормално поведение, когато са подложени на тест, където отказалите обекти не са заменени, имат най-големи откази по средата на живот на устройството.

1.3.4. Вейбулово Разпределение

Вейбуловото разпределение е комбинацията от разпределения най-често използвани в анализите за надеждност. То е по общо три-параметрично разпределение и други разпределения, като Експоненциалното, Нормалното, Логаритмично-нормалното, Гама и Рейлей разпределенията са специални случай на това разпределение. Вейбуловата плътностна функция на отказите е свързана с времето до отказ на обекти и се дефинира от 3 параметъра. Чрез настройване на параметрите на вейбуловото разпределение, можем да го приспособим да моделира по-голям набор от приложения. Общият вид на плътностната функция за три-параметричното Вейбулово разпределение е:

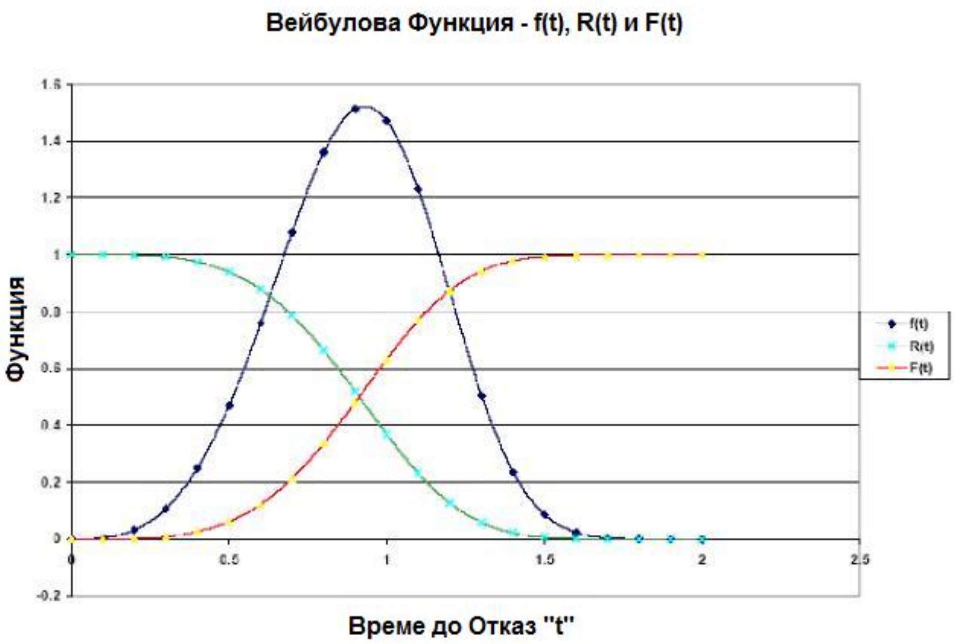
$$f(t) = \frac{\beta (t-\gamma)^{\beta-1}}{(\eta-\gamma^{\beta}} \exp[-\{\frac{(t-\gamma)^{\beta}}{(\eta-\gamma)^{\beta}}\}] \quad \text{за } t \geq \gamma \geq 0$$

Където β се нарича параметър на формата, η е параметърм на тежестта наричан още Типичен Живот, при който около 63% от броя обекти биха дали отказ. Третия параметър γ се нарича локационен параметър или минимален живот. Надеждностната функцията за това разпределение за $t>= \gamma$ е дадена в израза,

$$R(t) = \exp\left[-\left\{\frac{(t-\gamma)^{\beta}}{(\eta-\gamma)^{\beta}}\right\}\right]$$

$$h(t) = f(t)/R(t) = [\beta\,(t-\gamma)^{\beta-1}] \,/\, [(\eta-\gamma)^{\beta}], \text{ за } t \geq \gamma \geq 0$$

Това разпределение е много гъвкаво и използвайки различни стойности на трите параметъра може да изобрази различни графики на по-горните функции. На пример, графиките на отказ за Плътностната, Надеждностната, Кумулативно плътностната и Рисковата функции са дадени за следните стойности на трите параметъра β = 4, η = 1 и γ = 0.

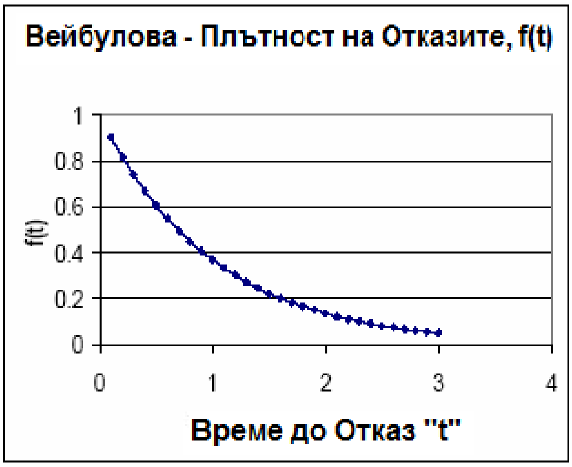


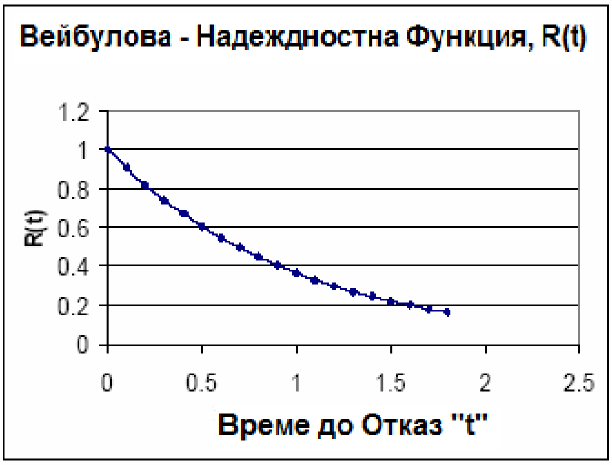
Най-често използваната плътностна функция за вейбуловото разпределение е показана чрез следния опростен израз, където членът (η-γ) се счита за параметър на тежестта, който винаги е положителен:

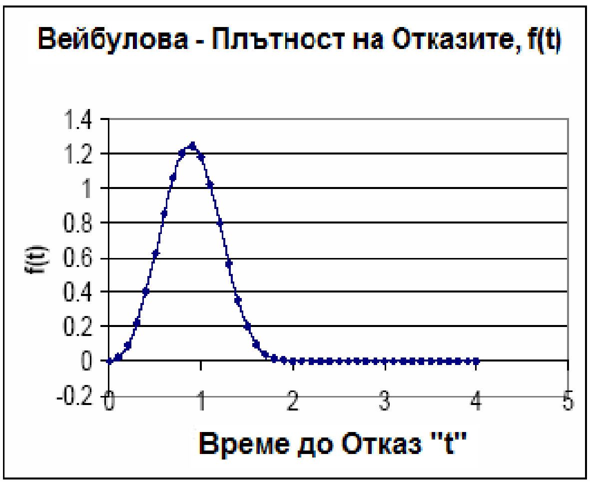
$$f(t) = \frac{\beta}{\eta}\left\{\frac{t-\gamma}{\eta}\right\}^{\beta-1} \exp\left[-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta}\right] \text{ за } t \geq \gamma \geq 0$$

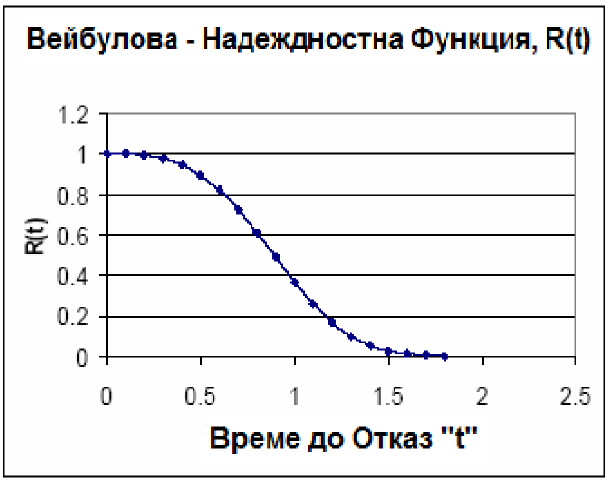
$$R(t) = \exp\left[-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta}\right] \text{ за } t > 0$$

В повечето практически приложения се приема, че отказите започва от време нула, което означава, че локационния параметър е $\gamma = 0$. И замествайки γ с 0 можем допълнително да опростим по-горните изрази.
Експоненциалното разпределение е един конкретен случай на вейбуловото с параметри $\beta = 1$, $\gamma = 0$. В този случай, **f(t)=(1 / η) exp-(t / η) и R(t)=exp-(t /η), където (1/η) съответства на постоянното ниво на отказ** λ. Ако стойността на $\beta = 3.2$ и $\gamma = 0$, Вейбуловото разпределение ще се доближава до Нормалното разпределение, където η отговаря на средния живот и β на стандартното отклонение. Графиките изобразяват R(t) за горните два случая.









Някои основни характеристики на Вейбуловото разпространение

• Това е едно непрекъснато разпределение

• Това разпределение е свързано с време до отказ на обекти и допълва Експоненциалното и Нормалното разпределение.

• Докато Експоненциалното е описано от един единствен параметър и Нормалното е описано от два параметъра, три параметъра са необходими, за да може да бъде еднозначно описано Вейбуловото.

• Три-параметрично Вейбулово разпределение може да бъде понижено до две-параметрично разпределение, като се приеме, че γ параметъра винаги е занулен.

• То е по общо три-параметрично разпределение и други разпределения, като Експоненциалното, Нормалното, Логаритмично-нормалното, Гама и Рейлей разпределенията са специални случай на това разпределение.

• В зависимост от стойността на параметъра на формата, Вейбуловото разпределение показва следните свойства:

<u>β-Стойност</u>	<u>Разпределение</u>	<u>Рисково ниво</u>
β<1	Гама	Намалява
β=1	Експоненциално	Константа
1<p<2	Логаритмично-нормално	Нараства
P=2	Рейлей	Нараства линейно
β=3.2	Нормално	Нараства/намалява

• Листът на Вейбуловата вероятностна диаграма е особено полезен, като изследователска техника за разбирането на теста на живот или полевите данни от един продукт.

Специфични приложения на Вейбуловото разпределение

• Това разпределение заема важно място сред разпределенята на живота заради факта, че малка разлика в разпределенията на живота на компонентите може да опише живота на един продукт. Например, ако всеки един от компонентите има едно нормално разпределение на живот, но параметрите на тези разпределения се различават в известна степен от компонент до компонент, тогава за достатъчно голям брой компоненти, най-добре е да се прилага Вейбуловото разпределение.

• Механизмите на детската смъртност и отказите от износване са най-добре описани от това разпределение. Стойностите на трите параметри на Вейбуловото разпределение могат да се определят от тестови или полеви данни чрез Максимална Вероятностна Оценка (MLE). Изчислените стойности на тези параметри могат да покажат много неща за целия жизнен цикъл на продукта - **Ако β <1 тогава h(t) ще намалее с времето, t (Представлява Ранен живот) Ако β = 1 тогава h(t) ще бъде постоянна с времето, t (Представлява Полезен живот) Ако β> 1 тогава h(t) ще се увеличи с времето, t (Представлява Износване)**

• Изчислената стойност на локационния параметър (γ) показва следните ситуации: стойност по-малка от нула показваотказите в паметта . Тези откази в крайна сметка са Мъртви При Пристигането (DOA), когато дадена партида от продукти се доставя. Положителна стойност за локационния параметър показва, че има известен период от време, което е свободно от откази. Това може да се приеме като гаранционен срок в който няма да възникнат откази.

• От по-горните примери се вижда, че Вейбуловото разпределение може да се прилага за създаване на най-различни случай при правилно подбиране на стойности на параметрите. Вейбуловото разпределение е особено полезено в надеждностния анализ, поради своята гъвкавост за създаване на широк спектър от разпределения на живот на различни елементи.